

Schnittpunktberechnung für 2 Geraden:

(sie haben einen Schnittpunkt)

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\text{setze } g = h: \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Startvektoren auf eine Seite bringen, Vektoren mit den Parametern (**zwei verschiedene Parameter!!!**) auf die andere Seite:

$$\begin{pmatrix} 3-2 \\ 2-1 \\ 0-0 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{ergibt 3 Gleichungen:}$$

$$\begin{array}{ll} \text{I: } 1 = r - 2s & \text{I} \cdot 2 \quad 2 = 2r - 4s \quad | \quad + \\ \text{II: } 1 = -2r + s & \text{II: } \quad \underline{1 = -2r + s} \quad | \\ & 3 = -3s \quad \implies s = -1 \quad \text{in I eingesetzt: } 1 = r - 2 \cdot (-1) \\ & & 1 = r + 2 \\ & & r = -1 \end{array}$$

$$\text{III: } 0 = -4r + 4s$$

Setze dann $r = -1$ und $s = -1$ in die nicht verwendete Gleichung ein (in unserem Beispiel die Nr. III).

$0 = -4 \cdot (-1) + 4 \cdot (-1) = 4 - 4 = 0$ ergibt eine wahre Aussage, d.h. die beiden Geraden schneiden sich.

Berechne nun den Schnittpunktvektor indem r in g (zur Sicherheit auch s in h) eingesetzt wird.

r in g :

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+1 \\ 2-2 \\ 0-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \implies S(4 \mid 0 \mid -4)$$

$$\text{zur Sicherheit } s \text{ in } h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+2 \\ 1-1 \\ 0-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \implies S(4 \mid 0 \mid -4)$$

Somit schneiden sich die beiden Geraden im Punkt $S(4 \mid 0 \mid -4)$.

Schnittpunktberechnung für 2 Geraden:

(sie haben keinen Schnittpunkt)

Beachte: Der Startvektor der Geraden g ist gegenüber dem 1. Beispiel geringfügig verändert!

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\text{setze } g = h: \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Startvektoren auf eine Seite bringen, Vektoren mit den Parametern (**zwei verschiedene Parameter!!!**) auf die andere Seite:

$$\begin{pmatrix} 3-2 \\ 2-1 \\ 1-0 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ ergibt 3 Gleichungen:}$$

$$\text{I. } 1 = r - 2s$$

$$\text{II. } 1 = -2r + s$$

$$\text{III. } 1 = -4r + 4s$$

$$\text{I. } \cdot 2$$

$$\text{II:}$$

$$2 = 2r - 4s \quad | \quad +$$

$$1 = -2r + s$$

$$3 = -3s \quad \Longrightarrow$$

$$s = -1 \quad \text{in I. eingesetzt: } 1 = r - 2 \cdot (-1)$$

$$1 = r + 2$$

$$r = -1$$

Setze dann $r = -1$ und $s = -1$ in die nicht verwendete Gleichung ein (in unserem Beispiel die Nr. III).

$1 = -4 \cdot (-1) + 4 \cdot (-1) = 4 - 4 = 0$ ergibt eine **falsche** Aussage, d.h. die beiden Geraden schneiden sich nicht.

Da die Richtungsvektoren der beiden Geraden auch nicht parallel sind und die Geraden keinen Schnittpunkt haben, sind sie **windschief**.