

3D-Visualisierung komplexer Funktionen

Das Applet *3D-Visualisierung komplexer Funktionen* erlaubt es, den Realteil, den Imaginärteil oder den Betrag einer komplexen Funktion als Fläche im Raum zu visualisieren.

Für die Grundlagen komplexer Funktionen verweisen wir auf das Applet *2D-Visualisierung komplexer Funktionen*, für die Darstellung des Graphen einer reellwertigen Funktion zweier Veränderlicher auf das Applet *Flächen im Raum*.

Es sei

$$f : D \subset \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C} : z \mapsto w = f(z)$$

eine komplexe Funktion, definiert auf einer Teilmenge D der komplexen Zahlen, mit Werten in \mathbb{C} . Die Funktionswerte besitzen einen Realteil, einen Imaginärteil und einen Betrag:

$$u = \operatorname{Re} w, \quad v = \operatorname{Im} w, \quad |w| = \sqrt{u^2 + v^2}.$$

Identifiziert man den Punkt $z = x + iy$ in der komplexen Zahlenebene \mathbb{C} mit dem Punkt (x, y) in der reellen Ebene \mathbb{R}^2 , so erhält man die drei reellwertigen Funktionen

$$(x, y) \mapsto u = \operatorname{Re} f(x + iy), \quad (x, y) \mapsto v = \operatorname{Im} f(x + iy), \quad (x, y) \mapsto |f(x + iy)|.$$

Die Graphen dieser Funktionen können als Flächen im Raum dargestellt werden.

Auf diese Weise werden Unendlichkeits- oder Sprungstellen sowie Periodizitäten klar ersichtlich. Man teste die Aussagekraft mit Hilfe des Applets und der komplexen Exponential- bzw. Logarithmusfunktion.