Dynamische Systeme im Raum

Ein (kontinuierliches) dynamisches System im Raum wird durch ein System von Differentialgleichungen

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x,y,z) \\ \dot{y} &= g(x,y,z) \\ \dot{z} &= h(x,y,z) \end{aligned}$$

für die drei Lösungskomponenten $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$ beschrieben, vervollständigt durch Anfangswerte zum Zeitpunkt $t = t_0$,

$$x(t_0) = x_0, \quad y(t_0) = y_0, \quad z(t_0) = z_0.$$

Wir betrachten hier nur *autonome* Systeme, bei denen die Funktionen f, g, h auf der rechten Seite nicht explizit von t abhängen.

Die Lösungskurven

$$t \mapsto \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{bmatrix}$$

stellen Kurven im Raum dar, deren Geschwindigkeitsvektoren gerade durch die Komponenten $[f, g, h]^{\mathsf{T}}$ der rechten Seite gegeben sind (vgl. die Erläuterungen zum Applet *Parametrische Kurven im Raum*).

Die Grundkonzepte der Lösungstheorie für dynamische Systeme im Raum sind dieselben wie für dynamische Systeme in der Ebene, für die wir auf die Erläuterungen zum Applet *Dynamische Systeme in der Ebene* verweisen. Allerdings sind die Ausprägungsmöglichkeiten der Lösungskurven wesentlich reichhaltiger. Dies ist nach Experimentieren mit dem Applet sofort einsichtig.

Weitere Ausführungen zu Differentialgleichungen und dynamischen Systemen finden Sie in den Abschnitten 19 und 20, einige Hinweise zur Numerik in Abschnitt 21 des Lehrbuchs

M. Oberguggenberger, A. Ostermann: Analysis für Informatiker. Springer-Verlag, Berlin 2005.